

Урок №67

Тема: Решение задач по теме «Построение графиков функций»

Сдать в срок до 17.12.2023

1. Теоретический материал

Понятие производной — одно из важнейших в математике. С помощью производной, учитывая ее механический смысл (скорость изменения некоторого процесса) и геометрический смысл (угловой коэффициент касательной), можно решать самые разнообразные задачи, относящиеся к любой области человеческой деятельности. В частности, с помощью производных стало возможным подробное исследование функций, более точное построение их графиков, нахождение их наибольших и наименьших значений и т.д.

Исследование функций и построение графиков функций

При построении графиков функций с помощью производных можно придерживаться такого плана:

Схема исследования функции:

Находят область определения функции.

Выясняют, является ли функция четной или нечетной.

Определяют точки пересечения графика функции с координатными осями, если это возможно.

Находят стационарные точки функции.

Определяют промежутки монотонности и экстремумы функции.

Используя результаты исследования, соединяют полученные точки плавной кривой.

Этот план исследования функции и построения ее графика является примерным, его не всегда надо придерживаться пунктуально: можно менять порядок пунктов, некоторые совсем опускать, если они не подходят к данной функции. В частности, если нахождение точек пересечения с осями координат связано с большими трудностями, то этого можно не делать; если

функция четная, то ее график симметричен относительно оси Oy , поэтому достаточно построить график для положительных значений аргумента, принадлежащих области определения функции, а затем отразить его симметрично относительно оси ординат, и т.п.

Задание №1: Исследуйте функцию и постройте ее график,

$$f(x) = x^2 + 2x - 3.$$

Решение.

1. Функция определена на промежутке $(-\infty; +\infty)$. Точек разрыва нет.

$$\text{Имеем } f(-x) = (-x)^2 + 2(-x) - 3 = x^2 - 2x - 3.$$

$$f(x) = (x)^2 + 2(x) - 3 = x^2 + 2x - 3$$

Функция не является ни четной, ни нечетной, так как

$$f(-x) \neq f(x) \text{ и } f(-x) \neq -f(x).$$

3. Если $x=0$, $y=0^2+2\cdot 0-3=-3$, $(0; -3)$ точка пересечения графика с осью ординат. Если $y=0$, то $x^2+2x-3=0$. $(-3;0)$ и $(1;0)$ – точки пересечения графика с осью абсцисс.

4. Находим стационарные точки функции. Имеем $y' = 2x + 2$,

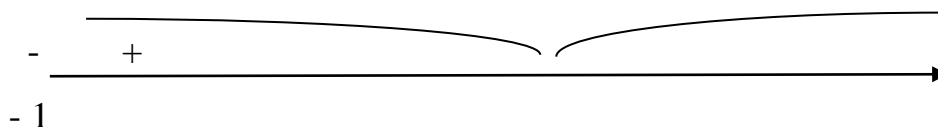
$$2x + 2 = 0,$$

$$2x = -2,$$

$$x = -1.$$

5. Область определения функции разделится на промежутки $(-\infty; -1)$ и $(-1; +\infty)$. Знаки производной $f'(x)$ в каждом промежутке можно найти непосредственной подстановкой точки из рассматриваемого промежутка.

$$\text{Так, } f'(-2) = -2 < 0, \quad f'(2) = 6 > 0.$$



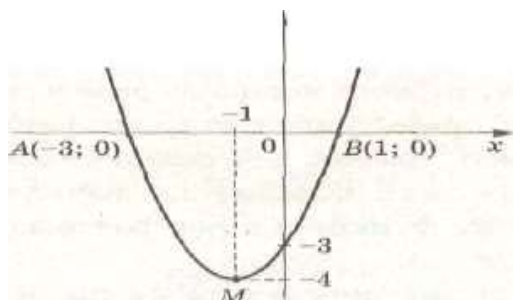
Следовательно, в промежутке $(-\infty; -1)$ функция убывает, а в промежутке

$(-1; +\infty)$ — возрастает.

При $x = -1$ функция имеет минимум, равный

$$f(-1) = (-1)^2 + 2(-1) - 3 = 1 - 2 - 3 = -4.$$

6. Отмечаем найденные точки в прямоугольной системе координат и соединяем их плавной линией.



Распределение по вариантам:

Фамилия Имя	Вариант
Гарматюк Александр	1
Гарматюк Александра	2
Глебова Елена	1
Демиденко Роман	2
Забродин Георгий	1
Киселева Доминика	2
Клименок Андрей	1
Колмагоров Дмитрий	2
Комболин Данил	1
Москвин Иван	2
Николаев Николай	1
Овчинникова Карина	2
Пенкина Вероника	1
Подмазов Владислав	2
Поленчик Мария	1
Поляничкина Антонина	2
Пятакова Ирина	1
Рыжаков Вячеслав	2
Стаценко Тихон	1
Чагина Анастасия	2
Чуфаров Егор	1
Шестакова Дарья	2
Шефер Михаил	1
Шилова Анастасия	2
Сызранцев Константин	1

Требования к оформлению практической работы

Задание для выполнения практической работы должно быть перенесено в тетрадь для практических работ.

В тетради должно быть отражено:

1. название практической работы
2. решение заданий практической части.
3. ответы на контрольные вопросы.

2. Практическая часть

Задание: Исследовать функцию и построить ее график.

1 вариант	2 вариант
1. $y = x^3 - 3x^2 + 4$	1. $y = x^3 + 3x^2 - 4$

3. Контрольные вопросы

1. Какие промежутки называют промежутками монотонности функции?
2. Когда функция возрастает на промежутке?
3. Когда функция убывает на промежутке?
4. Какие точки называют точками экстремума функции?
5. Какие точки называются стационарными?
6. Сформулируйте достаточное условие существования минимума в стационарной точке.
7. Сформулируйте достаточное условие существования максимума в стационарной точке